オイラー角の求め方に関する考察

1　前提条件

ある平面AがX,Y,Z回転しているとする。

この平面が回転していないときの、X,Y,Z軸の単位ベクトル（ワールド座標）は、それぞれ

xb(1,0,0)、yb(0,1,0)、zb(0,0,1)

である。

これらの単位ベクトルを回転変換して得られるベクトル（ワールド座標）を、それぞれ

xb(1,0,0) —[回転変換]→　xv(x_axis.x, x_axis.y, x_axis.z)

yb(0,1,0) —[回転変換]→　yv(y_axis.x, y_axis.y, y_axis.z)

zb(0,0,1) —[回転変換]→　zv(z_axis.x, z_axis.y, z_axis.z)

とする。

なお、オイラー角は、無回転状態からZ→X→Yの順に変換したときの回転を表すものとする。

2　Y回転（YAW）角

オイラーY角yawは、ワールドY軸回りの回転角であるから、zvのワールドXZ平面上の方位と同じである。

従って、

yaw ＝ atan2(z_axis.x, z_axis.z)

となる。

3　X回転（PITCH）角

オイラーX角pitchは、ワールドX軸をyawだけワールドY軸回りに回転した軸回りの回転角であるから、zvと、zvをワールドXZ平面上に投影したベクトルとzv'との成す角である。

従って、

zv' ＝ (z_axis.x, 0, z_axis.z)

pitch ＝ atan2(z_axis.y, sqrt(z_sxis.x^2 ＋ z_axis.z^2))

となる。

4 Z回転（ROLL）角

オイラーZ角rollは、ワールドZ軸をpitchだけワールドX軸回りに回転し、更にyawだけワールドY軸回りに回転した軸（平面A上のローカルZ軸）回りの回転角であるから、ワールドY軸と、yvを－yawだけY軸回転したベクトルyv'を更に－pitchだけX軸回転したベクトルyv''の成す角である。

従って、

$$yv' = \begin{vmatrix} \cos(-yaw) & 0 & \sin(-yaw) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-yaw) & 0 & \cos(-yaw) \end{vmatrix} \times yv = (X', Y', Z')$$

$$X' = y\_axis.x \times \cos(yaw) - y\_axis.z \times \sin(yaw)$$
$$Y' = y\_axis.y$$
$$Z' = y\_axis.x \times \sin(yaw) + y\_axis.z \times \cos(yaw)$$

$$yv'' = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-pitch) & \sin(-pitch) \\ 0 & -\sin(-pitch) & \cos(-pitch) \end{vmatrix} \times yv' = (X'', Y'', Z'')$$

$$\begin{aligned} X'' &= X' \\ &= y\_axis.x \times \cos(yaw) - y\_axis.z \times \sin(yaw) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y'' &= Y' \times \cos(pitch) - Z' \times \sin(pitch) \\ &= y\_axis.y \times \cos(pitch) - \{y\_axis.x \times \sin(yaw) + y\_axis.z \times \cos(yaw)\} \times \sin(pitch) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z'' &= Y' \times \sin(pitch) + Z' \times \cos(pitch) \\ &= y\_axis.y \times \sin(pitch) + \{y\_axis.x \times \sin(yaw) + y\_axis.z \times \cos(yaw)\} \times \cos(pitch) \\ &= 0 \end{aligned}$$
（yv''は、yvのX,Y軸回転成分を除きZ軸回転成分としたものであることより）

$$\begin{aligned} roll &= atan2(X'', Y'') \\ &= atan2(y\_axis.x \times \cos(yaw) - y\_axis.z \times \sin(yaw),\ y\_axis.y \times \cos(pitch) - \\ &\qquad \{y\_axis.x \times \sin(yaw) + y\_axis.z \times \cos(yaw)\} \times \sin(pitch)) \end{aligned}$$

となる。

以上